

CELL

NON

TATA

NONO

DA

TA

BO

BO

ATTI DELL'ATENEO

DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI DI BERGAMO



VOLUME LXXIX

Anno Accademico 2015-2016

374° dalla fondazione

A cura di

Maria Mencaroni Zoppetti

OFFICINA DELL'ATENEO, 2016

sestante edizioni

*«La proprietà letteraria delle memorie pubblicate è riservata ai singoli autori:
ad essi la responsabilità di quanto espresso».*

(Art. 21 dello Statuto Accademico)

© Sestante Edizioni - Bergamo - 2017
www.sestanteedizioni.it

OFFICINA DELL'ATENEO

Collana: ATTI DELL'ATENEO

p. 478 - cm. 17x24

ISBN – 978-88-6642-257-0

INDICE

MARIA MENCARONI ZOPPETTI, <i>Il confine</i>	pag. 11
MARIA MENCARONI ZOPPETTI, <i>Una premessa, Lontano dal centro</i>	» 17
LA FRAGILITÀ DEI CONTESTI	
MARIA CLAUDIA PERETTI, <i>Le fragilità dei contesti – Centro-periferia</i>	» 19
MATTEO COLLEONI, <i>Dinamica storica della relazione Centro-periferia e nuova morfologia della città contemporanea</i>	» 27
GUARDARE VEDERE CONOSCERE	
GIOVANNI CAVADINI, <i>Immagini e visioni del XIX e XX secolo. La fotografia documenta</i>	» 39
EMILIO MORESCHI, <i>Fotografia e reportage fotografico a Bergamo nella seconda metà del 1900</i>	» 61
ANDREA AZZINI - FILIPPO CARLO PAVESI, <i>I satelliti inseguono i droni - L'occhio tecnologico del XXI secolo</i>	» 81
IL BELFANTE DEI RIVOLA	
SERGIO CHIESA - GRAZIA SIGNORI, <i>Coltivare la vena cavare le pietre</i> ..	» 101
RICCARDO CAPRONI, <i>San Michele e il Colle Belfante negli antichi documenti</i>	» 107
PAOLO MAZZARIOL, <i>“Oltre l’arco: tra fare, disfare e...”</i>	» 111

LA CITTÀ PRIMA DELLA CITTÀ

- PAOLA MARINA DE MARCHI, *Una città centro di potere e il suo territorio* » 129
- ANDREA CASTELLUCCI - RENATO GUATTERINI, *Breve nota su Palazzo Calepio* » 159
- RAFFAELLA POGGIANI KELLER, *La scelta del sito della prima città* » 163
- MARIA FORTUNATI - ROBERTO MELLA PARIANI - MARIAGRAZIA VITALI, *Bergamo via Osmano. Un'area pluristratificata: dallo scavo alla valorizzazione* » 175

NELLA VICINIA DI S. MICHELE AL POZZO BIANCO

- NAZZARINA INVERNIZZI ACERBIS - LAURA BRUNI COLOMBI, *La vicinia: un luogo sociale organizzato* » 197
- GIANMARIO PETRÒ, *Dentro il rezzetto di S. Andrea e intorno al Belfante: luoghi, spazi, famiglie* » 227
- MARIA TERESA BROLIS, *Dal quartiere alla città. Esperienze di donne e mentalità femminili intorno alla chiesa di San Michele al Pozzo Bianco (secoli XIII-XIV)* » 273
- ETTORE TACCHINI, *Il diritto di famiglia fra XV e XVI secolo* » 281

PROSPERO ALESSANDRO DELLA VICINIA DI SAN MICHELE

- GIULIO ORAZIO BRAVI, *Il diario di Padre Donato Calvi* » 287
- MARCO BERNUZZI, *Prospero Alessandro della vicinia di San Michele, ovvero Padre Donato Calvi e il suo diario* » 293

TRA LE MURA E VIA PORTA DIPINTA.

LE GRANDI TRASFORMAZIONI URBANE TRA XIX E XX SECOLO

- GIANNI CARZANIGA, *Segni e santi nella tradizione dei luoghi* » 313
- JUANITA SCHIAVINI TREZZI, *Proprietà, società, viabilità lungo la via Porta Dipinta nel XIX secolo* » 319

A CAVALIERE DELLE MURA

- GIANMARIA LABAA, *A cavaliere delle mura riconquistare terreno* » 331
- MONICA RESMINI, *Quando sotto il Belfante c'era un rifugio antiaereo* » 339

ANCHE IL VERDE È CITTÀ

- ROBERTA PINI - LORENZO CASTELLANO - RENATA PEREGO - CESARE RAVAZZI
SERGIO CHIESA - MATTIA DE AMICIS, *Nuovi dati sulla storia ambientale del centro abitato di Bergamo Alta tra la fase arcaica dell'Età del Bronzo e il Medioevo. Stratigrafia, Paleoecologia e Archeobotanica dei depositi del Palazzo del Podestà (Piazza Vecchia)* .. » 349
- GABRIELE RINALDI, *Anche il verde è città, percezione delle dinamiche in atto a Bergamo* » 373

UN'IPOTESI SUL FUTURO DEL BELFANTE

- ATTILIO GOBBI - GABRIELLA MASTROLEO, *Il Belfante di 'Ersilia'* » 397

PREMIO RESTAURABERGAMO » 399**COMUNICAZIONI SCRITTE**

- GIOVANNI CAVADINI, *Quarant'anni di fotografia a Bergamo (1970-2010): il fotolibro un importante testimone* » 411
- VALTER BIELLA, *La chiesa di S. Agostino tra musica, matematica e architettura* » 417
- ANNALISA GALBIATI, *L'Ave Maria non di Dante, ma per Dante* » 441

VITA DELL'ATENEO

- Relazione del Segretario Generale per l'Anno Accademico 2015-2016 .. » 449

ORGANICO DEGLI ACCADEMICI

- Cariche sociali » 459
- Soci » 461
- Accademie e Istituti Culturali » 465

PUBBLICAZIONI DELL'ATENEO » 469

VALTER BIELLA

LA CHIESA DI S. AGOSTINO TRA MUSICA, MATEMATICA E ARCHITETTURA

Comunicazione scritta

Ringraziamenti

Questo lavoro non sarebbe stato possibile senza l'aiuto di diverse persone: l'Arch. Massimo Locatelli responsabile del Servizio Edifici e Monumenti del Comune di Bergamo, che mi ha concesso l'uso delle planimetrie della chiesa, l'Arch. Marcello Sita, dello Studio Bellini Sita e Associati, che mi ha permesso l'utilizzo dei dati raccolti durante il restauro, e l'Arch. Francesca Gerbelli, sempre dello studio BSeA, la quale mi ha fornito tutte le spiegazioni su rilievi e restauri.

Introduzione

Alla base della grammatica musicale del mondo occidentale vi sono le intuizioni di Pitagora (Samo 580/570 a.C. circa – Metaponto 470/460 a. C. circa), o della scuola pitagorica, nate 2500 anni fa. Il filosofo di Samo non “inventò” la nostra musica. Come scrive Kitty Ferguson in *La musica di Pitagora – la nascita del pensiero scientifico*¹:

Al tempo di Pitagora, i musicisti accordavano da secoli strumenti a corde. Quasi tutti erano consapevoli che a volte una lira o un'arpa producevano suoni gradevoli e altre volte no. Quelli abili sapevano come produrre e accordare uno strumento così che il risultato fosse gradevole. Come in altre scoperte, l'uso quotidiano e la familiarità precedettero di molto tempo una comprensione più profonda.

Cioè, con o senza Pitagora, la gente suonava e cantava normalmente tutti i giorni e avrebbe continuato a farlo, indisturbata. Il filosofo si pose però la questione se quanto all'orecchio umano creava situazioni appaganti, con intervalli musicali considerati gradevoli, cioè “consonanze”, o all'opposto

¹ KITTY FERGUSON, *La musica di Pitagora – la nascita del pensiero scientifico*, Longanesi, Milano 2008, pp. 76-81.

di contrasto, cioè intervalli stridenti, le “dissonanze”, fosse dovuto al caso o se invece questo intricato mondo di suoni si poteva dipanare e svelare. Egli arrivò alla geniale conclusione che le relazioni tra le diverse note musicali si possono tradurre in numeri, e che questi numeri sono replicabili. La leggenda vuole che le sue scoperte siano nate da un incontro casuale. Scrive Guido d'Arezzo in *Micrologus*, nel Capitolo XX, dal titolo *In che modo la musica è stata scoperta dal suono dei martelli*²:

Il grande filosofo Pitagora, percorrendo per caso una strada, capitò presso un'officina dove cinque martelli battevano sulla stessa incudine; meravigliato per la dolce concordia che producevano, entrò e dapprima fece scambiare i martelli, poiché si aspettava che le proprietà del suono e della modulazione dipendesse dalle diverse braccia. Ciò fatto, ciascuno manteneva il proprio carattere. Eliminato allora un martello che era dissonante dagli altri, li pesò e mirabilmente, come per volontà divina, il primo pesava 12, il secondo 9, il terzo 8 e il quarto 6, non so secondo quale unità di misura.

Scoprì così che la scienza della musica consiste nella proporzione e nel rapporto numerico.

In realtà in questa leggenda è nascosto un errore di sistema: la differenza tra i diversi intervalli non è proporzionale al peso, bensì al suo quadrato. Sorvoliamo su ciò, con ogni probabilità un errore che inizia con i primi biografici di Pitagora e che poi non è più stato corretto. Il concetto fondamentale, ribadito da Guido d'Arezzo (nato tra il 990 e il 1000) e perciò patrimonio comune degli studiosi di musica dell'anno Mille, è tutto nella frase: “Scoprì così che la scienza della musica consiste nella proporzione e nel rapporto numerico”. La tradizione attribuisce a Pitagora l'invenzione di uno strumento di misura, dai greci chiamato “kanon”, da noi “monocordo”. Su di esso riuscì a stabilire le esatte relazioni matematiche che intercorrono tra le diverse note: individuò una grandezza (la lunghezza della corda) con la quale creare un modello matematico. Quindi a Pitagora si deve la nascita non solo della nostra musica, ma anche del metodo di analisi scientifica. Questo strumento di misura è rimasto in uso per secoli nell'ambito musicale, adoperato da costruttori di strumenti, scienziati, teorici ed insegnanti di musica. Tanto per fare un esempio a noi vicino, al liceo Classico Paolo Sarpi di Bergamo è ancora conservato nel Gabinetto di Fisica il sonometro a quattro corde, sostanzialmente un monocordo più elaborato, acquistato nel 1899³.

² ANGELO RUSCONI, *Guido d'Arezzo – Le opere – Micrologus, Regulae rhythmica, Prologus in Antiphonarium, Epistola ad Michaellem, Epistola ad archiepiscopum Mediolanensem*, Edizioni Del Galluzzo, Firenze, 2005. Testo latino e italiano. Introduzione, traduzione e commento di Angelo Rusconi.

³ LAURA SERRA PERANI, *Gli strumenti del gabinetto di fisica del Liceo classico Paolo Sarpi di Bergamo*, Associazione ex alunni del Liceo classico Paolo Sarpi Bergamo, Bergamo 2009, p. 93.

Il funzionamento del monocordo è incredibilmente semplice e geniale: si prende una corda normalmente usata sugli strumenti a corda, la si tende su di una cassa armonica, con due ponticelli vincolati e inamovibili posti agli estremi. Una volta tesa la corda non si modifica la tensione e nemmeno si manipola la corda; in questo modo vengono eliminate dal calcolo tre variabili che sono tensione, diametro e tipo di materiale. Poi si fa scorrere un terzo ponticello mobile sotto la corda medesima, per vedere che relazioni esistono tra la nota emessa dalla corda a vuoto e quella emessa nella parte delimitata dal ponticello. In questo modo si possono trasformare la relazione tra due note in un modello matematico, cioè in “rapporti tra lunghezze” (Fig. 1).

I pitagorici arrivarono alla conclusione che gli intervalli tra le note si possono trasformare in proporzioni tra frazioni di corda, e che queste proporzioni sono sempre replicabili, indipendentemente dalle dimensioni del monocordo o dalla accordatura grave o acuta dello stesso. Intuirono che la mente umana, per identificare l'intervallo che intercorre tra due suoni, non fa calcoli di somma o differenza ma di moltiplicazione o divisione.

Facciamo un esempio pratico. Suoniamo la corda a vuoto del monocordo e poi, sempre sulla medesima, con il ponticello scorrevole si cerchi la posizione dell'ottava superiore, fino a quando si ottiene l'esatta consonanza: ebbene, questa si trova sempre a metà, indipendentemente dal fatto che il monocordo assomigli ad un enorme contrabbasso od un ridotto mandolino. Il cervello elabora sempre il medesimo intervallo, cioè non aggiunge o toglie frequenze, ma divide o moltiplica. Intervalli con i medesimi rapporti sono per il nostro cervello identici, indipendentemente dal fatto che siano suonati o cantati nel registro grave, medio e o acuto, oppure che si usi una corda lunga un metro e mezzo o 40 centimetri.

Scrive sempre Kitty Ferguson:

Lo strumento suonato da Pitagora era probabilmente la lira a sette corde. La suonava con quattro delle sette corde a intervalli fissi. Non c'era scelta su come dovessero essere quegli intervalli. I suoni più bassi e più alti delle corde a intervalli fissi erano accordati in modo che fossero separati da un'ottava. La corda di mezzo sulla lira (la quarta delle sette corde) era accordata in modo che suonasse una quarta sopra la corda più bassa, e quella successiva era accordata in modo che suonasse una quinta sopra la corda più bassa. Gli intervalli dell'ottava, della quarta e della quinta furono considerati concordanti o armonici. Sulla lira a sette corde il musicista greco poteva regolare le altre tre corde (la seconda, la terza e la sesta) a seconda del tipo di scala desiderata⁴.

Le cifre 12, 9, 8 e 6, le medesime citate da Guido d'Arezzo, sono le cifre pitagoriche per eccellenza; come già detto in precedenza, per i pesi dei martelli sono incongruenti, ma sono invece assolutamente logiche se rapportate alla costruzione del monocordo. La spiegazione è semplice: si divida la corda

⁴ KITTY FERGUSON, op. cit., pp. 76-81.

tesa tra i due ponticelli in dodici parti uguali, non importa quale sia l'unità di misura, le parti possono essere decimetri, piedi, palmi, ma nulla modifica nel risultato finale, perché nel calcolo l'unità di misura viene eliminata e rimane solo il numero puro. Il rapporto 6:12, che semplificato diventa 1:2, corrisponde al nostro intervallo di ottava, che gli antichi greci chiamavano "diàpason". In pratica se divido a metà l'intera corda ottengo un salto di ottava; con la corda a vuoto suono il Do grave, a metà trovo il DO acuto. L'intervallo di 8:12, che ridotto ai minimi termini diventa 2:3, è il nostro intervallo di quinta, come tra DO e SOL. Per gli antichi greci era l'intervallo più importante dopo quello di ottava, ed era da loro chiamato "diapente". Sul monocordo è facile da ottenere; divido tutta la corda in tre parti e ne prendo due, a vuoto suono il DO, a 2/3 il SOL. La frazione 9:12, che semplificando diventa 3:4, per noi moderni è l'intervallo di quarta, tra DO e FA, ed era chiamato dai greci "diatessaron". Anche in questo caso è semplice da ottenere: divido la corda nella sua interezza in quattro parti e ne prendo tre. Per arrivare agli altri intervalli basta seguire delle semplici regole, che troviamo descritte anche da Guido d'Arezzo nelle sue opere *Micrologus*, *Regulae ryhtmicae*, *Prologus in Antiphonarium* e *Epistola ad Michaellem* ⁵. Per salire di un tono, che noi facciamo corrispondere all'intervallo tra da DO a RE, si divide tutta la corda per nove parti e se ne prendono otto; quindi la frazione è 8/9. L'intervallo di un tono era chiamato dagli antichi greci "epogdoon", e lo si trova anche tra il FA e il SOL, caratterizzati esattamente dalle cifre 9 e 8. Per salire ulteriormente di un altro tono e ottenere il MI, si calcolano gli 8/9 della nota appena trovata, il RE, cioè $MI = RE \times 8/9 = 8/9 \times 8/9 = 64/81$. Quindi si cerca il LA che è un tono sopra il SOL, con un calcolo medesimo: $LA = SOL \times 8/9 = 2/3 \times 8/9 = 16/27$. L'ultimo gradino della nostra scala è il SI. Occorre partire dal LA e anche in questo caso salire di un tono, cioè moltiplicare 16/27 per 8/9, risultato 128/243. Questa è la scala pitagorica, da DO grave a DO acuto:

DO=1, RE=8/9, MI=64/81, FA=3/4, SOL=2/3, LA=16/27, SI=128/243, DO=1/2.

Lo schema basato sulle cifre 6, 8, 9 e 12 è immediato, essenziale, al punto che lo ritroviamo raffigurato in un particolare dell'affresco di Raffaello Sanzio, "La Scuola di Atene" datato 1509 / 1511, che si trova nella Stanza delle Segnature delle Stanze Vaticane (Fig. 2).

Ai piedi di Pitagora sta eretta una tavoletta, tenuta in mano da Telauges, con sopra disegnate le magiche cifre 6, 8, 9 e 12, unite da archi che ne delineano gli intervalli: di quarta (diatessaron), di quinta (diapente) e di ottava (diapason). Tra la quarta e la quinta è segnato l'intervallo di un tono (epogdoon). Una interpretazione facile da ricordare anche per un apprendista musicista del medioevo, ma che nella sua semplicità è assolutamente geniale perché con quattro numeri, quattro righe e pochi calcoli riportati sulla cassa del monocordo, racchiude un intero universo.

⁵ ANGELO RUSCONI, op.cit.

Le intuizioni di Pitagora hanno radici profonde nella stessa pratica strumentale. Per esempio si prenda un flauto di forma cilindrica, abbastanza lungo, sui 30–40 centimetri circa e privo di fori. Se si soffia delicatamente si ottiene la nota più grave. Aumentando la velocità del fiato si eccita un suono più acuto, immediatamente sopra la nota grave. Più aumento l'intensità del fiato e più si riesce ad emettere una serie di note sempre più acute, chiamate "armonici". La serie degli armonici non è casuale, ma segue questa regola universale: la seconda nota è il doppio di frequenza della fondamentale, la terza il triplo, la quarta il quadruplo, e così via. Nel caso del flauto in questione ci si ferma dopo cinque/sei suoni. Volendo trascrivere i suoni ottenuti sul pentagramma usato dalla cultura musicale odierna, e riferendoci ad un ipotetico DO di partenza, si ottiene che le note emesse seguono obbligatoriamente la seguente sequenza: DO (1° armonico) – DO (2° armonico) – SOL (3° arm.) – DO (4° arm.) – MI (5° arm.) – SOL (6° arm.) e via di seguito (Fig. 3)⁶.

In pratica con il secondo e il terzo armonico dopo la tonica, e cioè il DO e il SOL, ottengo gli intervalli fondamentali per i pitagorici, che sono il diapason e il diapente. Cioè la natura stessa mi offre delle basi di partenza universali: questo accade anche se a suonare è un pessimo musicista. Non è una questione di abilità, ma di leggi della fisica. Ebbene, nella caverna di Hohle Fels a Schelklingen nel sud della Germania, a 20 km da Ulm, è stato ritrovato nel settembre del 2008 un flauto in osso di ala di grifone, lungo 21,8 cm, probabilmente uno tra gli strumenti più antichi ritrovati negli scavi archeologici, a cui sono stati attribuiti dai 35.000 ai 40.000 anni di età (Fig. 4)⁷. Quindi, ai tempi di Pitagora, i suonatori di "flauto di Pan", chiamato "sirinx", non facevano che continuare l'esperienza e sviluppare un linguaggio musicale maturato in millenni di tentativi ed esperimenti.

Il percorso per arrivare alla nostra grammatica musicale moderna non si è fermato a Pitagora. Gli intervalli della scala pitagorica sono perfetti se lo sviluppo del brano musicale è melodico e non armonico. Questo non doveva essere un grave problema, visto che "i Greci e i Romani ignorarono del tutto l'armonia, nell'eccezione moderna del termine, e la polifonia: la loro musica si esprime esclusivamente attraverso la pura melodia"⁸. Se però si sovrappongono più note, come poteva capitare ad un suonatore di aulos, un doppio strumento ad ancia suonato con la respirazione circolare, si incontrano delle vere e proprie dissonanze, soprattutto per gli intervalli di terza e di sesta. Già Archita (430 – 348 a.C.) tarantino di scuola greca, Aristosseno (Taranto 375 circa – 322 a.C. Circa) e poi Didimo

⁶ *fisicaondemusica.unimore.it*, nel sito creato dal Dipartimento di fisica dell'Università di Modena e Reggio Emilia, nell'ambito del Progetto Lauree Scientifiche 2012.

⁷ JOHN NOBLE WILFORD. *Flutes Offer Clues to Stone-Age Music*, The New York Times, 24 giugno 2009. L'articolo è presente nel sito web del *New York Times*. Altri test al radiocarbonio effettuati presso l'Università di Oxford, in Inghilterra, hanno stabilito che le ossa di animale ritrovate con i flauti possono avere tra i 42.000 e i 43.000 anni di età

⁸ GIOVANNI COMOTTI, *La musica nella cultura greca e romana*, E.D.T. Edizioni di Torino 1979, p. 15

di Alessandria d'Egitto (1° secolo a.C.) e Claudio Tolomeo (83 – 161 d.C.) proponevano altre soluzioni, che poi hanno portato alla cosiddetta scala “tolemaica” conosciuta anche come a “intonazione naturale”, teorizzata da Ramos de Pareja (Baeza 1440 circa – Roma 1522) nella sua opera *Musica Practica* del 1482, e infine da Gioseffo Zarlino (1517 – 1590) in *Le istituzioni harmoniche* del 1558.

Senza entrare nell'intricato groviglio musicale durato secoli si può semplificare dicendo che la scala “tolemaica /naturale /zarliniana” risolve alcuni problemi di intonazione rispetto alla pitagorica, in particolare quando con la pitagorica si suonano contemporaneamente due note distanti tra loro un intervallo di terza o di sesta. Per i pitagorici l'intervallo di terza è caratterizzato dalla frazione $64/81$, che è fortemente dissonante. Invece con la scala ad “intonazione naturale”, per l'intervallo di terza si introduce la frazione $4/5$, decisamente consonante in quanto rimanda alla sequenza degli armonici perché corrisponde al 5° armonico della serie riportata in precedenza. Per questo motivo noi oggi la chiamiamo impropriamente anche “naturale”, poiché si riallaccia direttamente alla sequenza armonica che segue obbligatoriamente le leggi “naturali”, ma gli antichi, da Archita a Zarlino, non potevano saperlo, in quanto è solo dall'inizio del 1700 che le ricerche sulla fisica acustica hanno permesso di aprire nuovi orizzonti alla conoscenza del mondo dei suoni, grazie agli studi del fisico francese Jacques Saveur.

La scala ad intonazione naturale segue queste proporzioni:

DO = 1, RE = $8/9$, MI = $4/5$, FA = $3/4$, SOL = $2/3$, LA = $3/5$, SI = $8/15$, DO = $1/2$

Il viaggio della cultura musicale occidentale ha seguito poi altri percorsi, e così si sono cercate altre strade, come i diversi sistemi di “temperamento” fino al nostro “equabile”. Ma per quello che serve a questo lavoro, basta la scala Pitagora e la “scala naturale”.

Ragionare di musica con il monocordo permette di risolvere problemi teorici, ma abitua a ragionare anche in termini di proporzioni. Sul monocordo, con le diverse note segnate da tacche e incisioni, la mente si abitua a “vedere le note come relazione tra dimensioni”. L'importanza di “vedere con gli occhi le note musicali” è una regola di saggezza che Guido d'Arezzo, siamo nell'anno Mille, ribadisce con chiarezza nelle sue *Regulae rhythmicae*⁹. Riferendosi alle note riprodotte sul monocordo, così scrive:

“Quas si, sicut audiuntur, vis videre oculis / Ore interim silente, manualis operis / Argumentum fiat certis diffinitum numeris” [Se vuoi vederle con gli occhi, così come le ascolti, serviti, mentre la voce tace, di un mezzo ottenuto con opera manuale, definito su precisa base numerica].

⁹ ANGELO RUSCONI, op. cit., pp. 88 e 89.

Il medesimo ragionare in termini di proporzioni musicali non era appannaggio solamente dei teorici. Anche chi costruiva strumenti musicali seguiva un identico percorso analitico. Sempre Guido d'Arezzo, nel suo lavoro *Regulae rhytmicae* dei primi decenni dell'anno Mille, alla fine della descrizione del monocordo introduce queste considerazioni:

[...] Con questo sistema è facile realizzare il monocordo; e se per opera di musicisti si costruiscono delle campane, bisogna applicare attentamente queste misure al peso. A tali misure si rifanno anche le canne degli organi e tutti gli strumenti musicali debitamente costruiti [...] ¹⁰.

Poco dopo Guido d'Arezzo, anche il monaco tedesco Teofilo, nel suo manoscritto *De diversis artibus*, collocato nel primo quarto del XII secolo, insegna su come costruire le campane attraverso calcoli basati sulla scala pitagorica. Lo fa nel capitolo *LXXXVI, Misura degli scampanii* ¹¹.

La musica travalicava la sola esecuzione strumentale. I filosofi pitagorici ritenevano che anche il moto degli astri fosse regolato armonicamente da proporzioni numeriche: era la cosiddetta "armonia delle sfere", o "musica delle sfere", od anche "armonia universale". Scrive sempre Kitty Ferguson:

Nella mente di Platone c'era anche l'armonia delle sfere [...] Su ognuno dei cerchi che portano le orbite dei pianeti e di altri corpi "stava una sirena, che, trascinata in quel movimento circolare, emetteva un singolo suono su una nota; e tutte le otto note creavano un'unica armonia [...] ¹².

Gli antichi credevano che i movimenti dei corpi celesti potessero essere inseriti in orbite sferiche: il loro moto regolare produceva vibrazioni e perciò suoni, da cui l'"armonia delle sfere". Congetture e teorie che oggi consideriamo assurde, ma così era l'antico pensiero durato secoli, tanto che Keplero, partendo da calcoli sui poliedri regolari inscritti nelle sfere celesti, arrivò a dedurre le orbite ellittiche dei pianeti, e descrivere un Universo incentrato su regole musicali. Quindi "il musicista", cioè colui che studiava i fenomeni del suono, era anche profondo conoscitore della matematica, della geometria e della astronomia, cioè le tre discipline che unite alla musica costituivano il Quadrivium delle Arti matematiche, le arti superiori. A partire dal Quattrocento queste concezioni riacquistarono nuova importanza. Perciò ci si auspicava che anche la pittura, la scultura e l'architettura, considerate attività manuali, dovessero ricevere un saldo fondamento teorico, cioè matematico. ¹³

¹⁰ ANGELO RUSCONI, op. cit., p. 93.

¹¹ ADRIANO CAFFARO (a cura di), *Teofilo Monaco. Le varie arti. De diversis artibus. Manuale di tecnica artistica medievale*, Palladio Editrice, Salerno 2000, pp. 387 - 389.

¹² KITTY FERGUSON, op. cit., p. 163.

¹³ EBERHARD KNOBLOCH, IVO SCHNEIDER, *Il Rinascimento. Le arti matematiche*, Enciclopedia online Treccani, www.treccani.it, alla voce: Il Rinascimento. Le arti matematiche, in "Storia della scienza".

Nel *Dizionario Enciclopedico di Architettura e Urbanistica* diretto da Paolo Portoghesi, alla voce “musica”¹⁴ si trova la seguente descrizione:

musica. Il rapporto musica-architettura è stato posto fin dall'antichità sulla base della componente matematica della musica e si è sempre risolto in una sorta di parallelismo tra le leggi che governano l'arte dei suoni nel suo aspetto tecnico e teorico e quella che, come rapporti proporzionali, si impongono al fare architettonico. Al di là, quindi, del più semplice punto di contatto incentrato sul problema acustico, esiste tra musica e architettura un più profondo legame che ha le sue radici nel concetto di “armonia”, intesa come insieme dei rapporti delle parti tra loro e con il tutto [...]

L'equilibrio tra le forme era un concetto ben chiaro tra i costruttori di strumenti musicali, i quali ragionavano attraverso la divisione del manufatto in frazioni o proporzioni, così che ogni quota fosse figlia o diretta conseguenza di un'altra misura. A tal riguardo si veda quanto depositato presso la Biblioteca Nazionale Francese, nel manoscritto conosciuto come *ms. latin 7295*, attribuito ad Henri Arnaut de Zwolle (o Arnaut de Zwolle)¹⁵ ed altri anonimi. Henri Arnaut (nato probabilmente a Zwolle, nel 1400 circa e scomparso a Parigi, il 6 settembre 1466), è stato un medico, astronomo e astrologo fiammingo, nonché organista del re Filippo il Buono. È noto per aver scritto un trattato sugli strumenti musicali dove ne vengono descritti diversi, con i relativi disegni: organo, liuto, clavicordo e clavisimbalum. Così scrive Henri Arnaut riguardo al liuto: “[...] Per costruire un liuto si prenda un asse della grandezza del liuto che si vuole fare e vi si disegni sopra il cerchio AIVB; si prenda un compasso con apertura pari al diametro del cerchio e si disegnino gli archi IR e KS; poi si ponga il compasso nel punto V e si descriva l'arco PQ [...]” e via di seguito, parlando solo di compasso e linee, senza nessuna misura quotata, perché le proporzioni sono più importanti delle dimensioni. Infatti, mentre le dimensioni possono essere prese a piacere, “[...] si prenda un asse della grandezza del liuto che si vuole fare [...]”, la costruzione poi continua con scrupolose regole geometriche.

Poco prima, descrivendo la costruzione del clavicordo, Henri Arnaut de Zwolle introduce anche il concetto del “modulo”, cioè quella unità di misura che accomuna tutte le quote, praticamente l'unità base. Scrive infatti:

[...] la lunghezza totale del detto clavicordo è divisa in 14 parti uguali e la divisione del diagramma [delle lunghezze delle corde] inizia alla fine della prima divisione o parte; tre di queste parti corrisponderanno alla larghezza del clavicordo, e la metà della larghezza all'altezza totale, e la distanza tra i due fondi sarà la metà di una parte, cioè la sesta parte di tutta la larghezza [...].

¹⁴ *Dizionario Enciclopedico di Architettura e Urbanistica*, diretto da PAOLO PORTOGHESI, Istituto Editoriale Romano, Roma 1969, p. 167. GIUSEPPE CONTI, *Matematica musica e architettura*, in *Matematica e Architettura – Metodi analitici, metodi geometrici e rappresentazione in Architettura*, atti del convegno, Alinea Editrice, Firenze 2001, pp. 189 – 194.

¹⁵ LE CERF GEORGES - LABANDE EDMOND RENÉ, *Le traités d'Henri – Arnaut de Zwolle et de divers anonymes (ms. b. n. latin 7295)*, Éditions Auguste Picard, 82, rue Bonaparte, Paris 1932- foglio 132.

Anche in questo caso non parla di dimensioni finite, ma unicamente di regole di costruzione basate su moduli¹⁶.

Per ultimo si riporta una raffinata immagine presa da *Letzione Seconda* del 1543 di Silvestro Ganassi¹⁷, un trattato in cui si insegna a suonare il “violone d’arco da tasti”. La troviamo nel capitolo *Regola di mettere li tasti*, su due pagine adiacenti (Fig. 5).

Nella figura non ci sono quote, misure o numeri. Si vede unicamente il compasso e le frazioni: per ottenere l’ottava prendo il compasso e divido a metà la corda a vuoto. Per la quinta divido per tre e prendo due parti. Per la quarta divido per quattro e ne prendo tre. Per il tono divido per nove e ne prendo otto. Potrebbe essere per uno strumento piccolo oppure grande, e funziona sempre. Ma, perché no, potremmo usare sempre un compasso, magari di dimensioni enormi (una corda, un’asta di legno) e utilizzare le medesime frazioni per collocare un filare di piante ornamentali nel giardino di una villa o i pilastri di un chiostro, disegnare la facciata di un palazzo o di una chiesa.

Prendendo spunto da tutto quanto fin qui esposto, si arriva alla domanda che sta alla base di questo studio: i costruttori di S. Agostino si sono ispirati alle “armoniche proporzioni”, tenendo in debita considerazione gli intervalli musicali? Per procedere nel lavoro si è quindi immaginata la pianta e l’interno di S. Agostino come fosse la cassa di uno strumento a corde, costruito tutto attorno alla sua forma interna, e la facciata come la tavola di un liuto o di una chitarra, calcolata e disegnata utilizzando unicamente compasso e proporzioni, come si faceva nella antichità e come si fa ancora oggi.

Seguendo questo filo conduttore si è cercato di capire se i costruttori di S. Agostino si fossero attenuti ai canoni che regolano la costruzione degli strumenti musicali, cioè il calcolo basato sulle proporzioni e l’utilizzo di unità di misura incentrate sui “moduli”. Qui di seguito trovate quanto dedotto incrociando le quote e le dimensioni di S. Agostino.

Descrizione dei dati

Per poter analizzare la chiesa di S. Agostino e fare i confronti tra le diverse dimensioni, occorrono i disegni della planimetria e della facciata. Questi sono stati forniti dall’Arch. Massimo Locatelli responsabile del Servizio Edifici e Monumenti del Comune di Bergamo, e precisamente: *Pianta piano terra – C.02*, del novembre 2006, *Fronte principale e fronte posteriore del frontone – C.03*, sempre novembre 2006.

A questo sono da aggiungere tutte le informazioni e le schede tecniche del restauro curate dallo “Studio Bellini Sita e Associati - BSeA”, che sono state gentilmente messe a disposizione.

¹⁶ *Ivi*, foglio 129.

¹⁷ SILVESTRO GANASSI, *Letzione seconda pur della pratica di sonare il violone d’arco da tasti, composta per Silvestro Ganassi dal Fontego*. Venezia 1543.

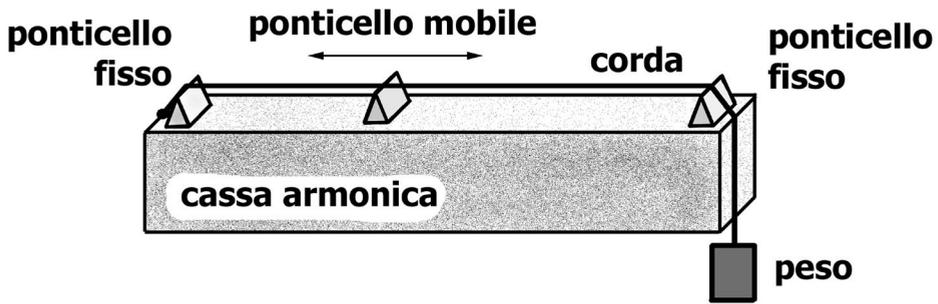


Fig. 1. Il monocordo.

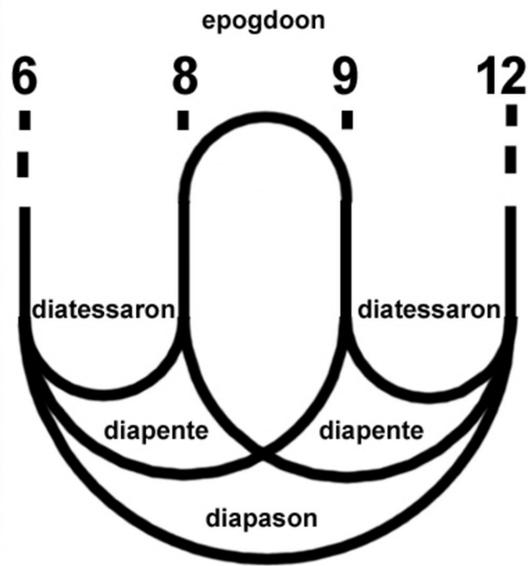


Fig. 2. Il dipinto “La scuola di Atene” di Raffaello Sanzio, datato 1509/1511, con il particolare della tavoletta ai piedi di Pitagora.

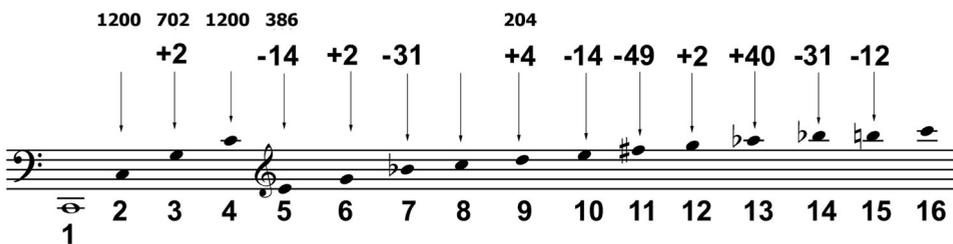


Fig. 3. La sequenza degli armonici, con indicato in cents di quanto si discostano dal sistema temperato equabile.



Fig. 4. Flauto datato 35.000 – 40.000 anni, trovato nel sud della Germania, in osso di ala di grifone.

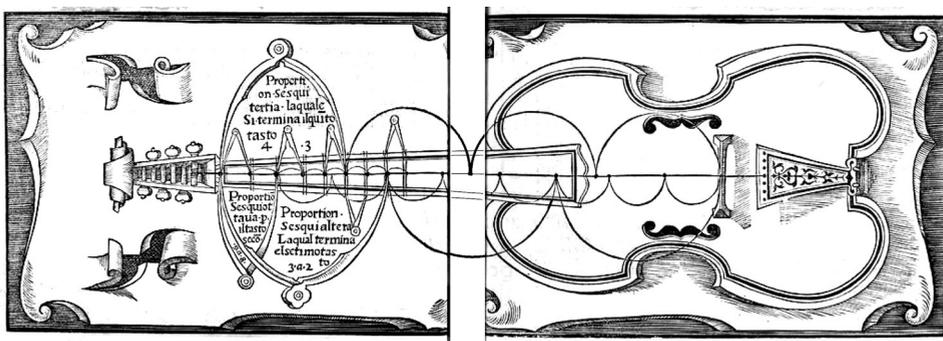


Fig. 5. Immagine tratta da *Letzione seconda* di Silvestro Ganassi, del 1543, nel capitolo *Regola di mettere li tasti del violone d'arco da tasti*.

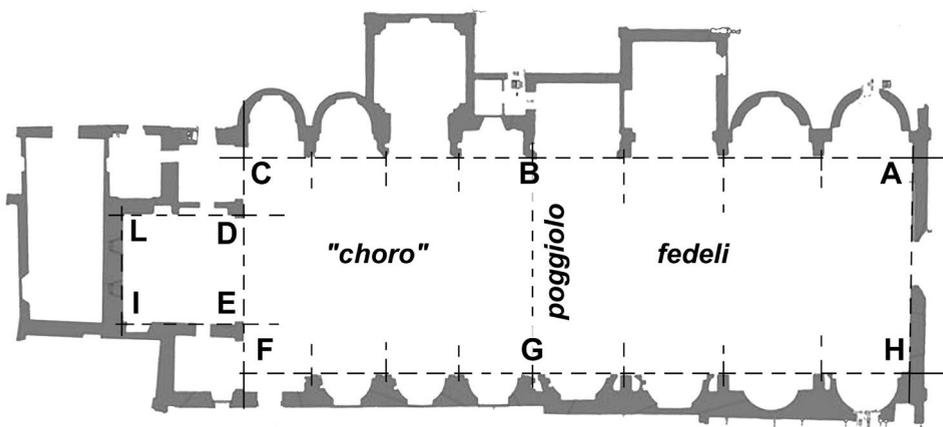


Fig. 6. Schema della pianta di S. Agostino, con delineato lo spazio del "choro", quello riservato ai fedeli ed il "poggiolo".

Altre informazioni sulla storia dell'edificio si ricavano direttamente dal WEB nel sito dell'Università di Bergamo: rettorato.unibg.it/santagostino/web e poi seguendo le voci: *storia dell'edificio – decorazioni interne – aula magna unibg*.

Le proporzioni della pianta della chiesa di S. Agostino

Queste sono le indicazioni di massima sull'origine di S. Agostino¹⁸:

- 1) Prima della chiesa di S. Agostino come la conosciamo oggi, era presente sul luogo una chiesa più antica, che viene demolita e viene livellato il terreno per far posto alla nuova costruzione, la quale è l'unico esempio rimasto nella città di Bergamo di chiesa gotica.
- 2) Fin dall'inizio S. Agostino è stata realizzata in un'unica navata, che corrisponde al perimetro attuale, fatta eccezione per le cappelle laterali poste a meridione. La realizzazione della facciata è in contemporanea con la costruzione della navata.
- 3) S. Agostino è a pianta rettangolare, termina con tre absidi quadrangolari. Nel senso della lunghezza trovano posto i pilastri, di sezione quadrangolare e a sesto acuto, che scaricano il peso del tetto.
- 4) Fin dalla sua origine la navata è stata divisa in due parti da una muratura di altezza limitata, chiamata "poggiolo o podiolo", posto tra le campate 4 e 5. Il "podiolo" separava la parte dedicata ai sacerdoti e ai frati chiamata il "choro", vicina all'abside, da quella riservata ai fedeli, prossima alla porta che dà sulla Fara¹⁹.

Nella figura 6 è riportato lo schema della pianta, con le indicazioni necessarie per facilitare la lettura del disegno. Il metodo adottato per procedere nei diversi confronti è relativamente semplice: si è immaginata la chiesa come se fosse la cassa di uno strumento musicale, che viene assemblato partendo dalla sua forma interna, a cui tutto attorno si costruiscono muri, tetto e abside, come se si stesse ragionando di una chitarra, un violino od un liuto²⁰. Quindi il dato fondamentale di partenza è questo: i confronti tra le diverse misure sono stati fatti in base al rettangolo ACFH, che si ottiene tracciando delle linee immaginarie a filo dei pilastri. Questo rettangolo mi definisce la forma interna della pianta, ed è diviso in: ABGH che è la parte destinata ai fedeli, BCFG invece è il "choro", destinato ai sacerdoti. Il "poggiolo" è contraddistinto dalla retta BG. L'abside quadrata è indicata con DEIL.

¹⁸ Informazioni tratte dal sito della Università di Bergamo, alla pagina: [rettorato/unibg.it/santagostino/web/it/](http://rettorato.unibg.it/santagostino/web/it/), alla voce "sezioni/storia dell'edificio/ scheda evento", nella scheda sulla chiesa con il titolo: "La chiesa gotica: origine e trasformazioni".

¹⁹ GIANMARIO PETRÒ, *Le cappelle gentilizie di S. Agostino – Fase di realizzazione e contesto sociale*, in JUANITA SCHIAVINI TREZZI (a cura di), *Il convento di S. Agostino – Storia e significati di un monumento*, Università degli studi di Bergamo – Centro Studi sul territorio "Lelio Pagani", University Press, Sestante Edizioni, Bergamo 2007. pp.21 – 39.

²⁰ LORENZO LIPPI, *La costruzione del Liuto secondo le indicazioni di Marin Mersenne nell'«Armonie Universelle»*, Civica Scuola di Liuteria del comune di Milano, in "Liuteria Musica Cultura" n° 13, 1985. Organo Ufficiale della Associazione Liuteria Italiana, Cremona.

Queste sono le quote ricavate direttamente dalla *Pianta piano terra - C.02*: AB = 26,64 metri, BC = 19,98 metri, CF = 15,10 metri, ED = 7,59 metri, AC = 46,62 metri.

Trovare le proporzioni non è particolarmente problematico, sono facilmente intuibili.

- 1) La larghezza CF è il doppio dell'abside ED: $CF = 2 ED$ con l'errore inferiore ai 10 cm.
- 2) Il "choro" BC è $\frac{4}{3}$ della larghezza della chiesa CF: $BC = \frac{4}{3} CF$, l'errore è circa 15 cm.
- 3) La parte AB riservata ai fedeli è $\frac{4}{3}$ di BC, il "choro": $AB = \frac{4}{3} BC$, l'errore è nullo.

Con un semplice passaggio si possono mettere tutte le misure in relazione con quella dell'abside, ottenendo questo risultato: $ED=1$, $CF=2 ED$, $BC=\frac{8}{3}$ di ED e $AB=\frac{32}{9}$ di ED.

Ora possiamo trasformare le frazioni cercando il minimo comune denominatore, ottenendo questo: $ED=\frac{9}{9}$, $CF=\frac{18}{9}$, $BC=\frac{24}{9}$ e $AB=\frac{32}{9}$. Uniformando le quote, abbiamo raggiunto un risultato fondamentale: le misure sono comparabili e sono accomunate dal medesimo modulo che deve essere preso 9 volte per ED, 18 per CF, 24 per BC e 32 per AB, rendendo decisamente più semplice la memorizzazione del progetto. Chiaramente si tratta di una ipotesi, ma continuando su questo percorso si possono trovare altre coincidenze intriganti. Dai tempi dei tempi si conosce la magia della triade 3, 4 e 5. Sono i lati di un triangolo che, se uniti, determinano automaticamente un triangolo rettangolo. Questo vale per la triade 3, 4 e 5, ma anche per i rispettivi multipli, come 18, 24 e 30. Ora si può constatare che le quote 18 e 24 sono moduli della navata: 18 è CF, e 24 è BC. Di conseguenza la ipotenusa BF sarà di 30 moduli. La semplicità di questi calcoli permette anche di trovare le quote corrispondenti alle distanze dei pilastri; nella parte dedicata ai fedeli la quota è di $32:4 = 8$, cioè ogni 8 moduli posizionano i pilastri, mentre nella parte del "choro" si ottiene da $24:4 = 6$, cioè ogni 6 moduli. Nella figura 7 trovate la costruzione ragionata usando la logica dei moduli.

Certo, si tratta di mere ipotesi, che sono comunque suffragate da quanto scrive Witold Kula in *Le misure e gli uomini dall'antichità ad oggi*:

[...] le società antiche e medievali erano in grado di realizzare opere per le quali era necessaria una conoscenza della matematica di molto superiore a quella popolare, come la capacità di stabilire proporzioni e di immaginare lo spazio. Ne sono testimonianza le loro opere, i templi in primo luogo. In mancanza di manuali, il sapere degli specialisti veniva regolato, memorizzato e trasmesso mediante una serie di metodi mnemonici degni di attenzione. Da un lato esisteva il "modulo", il massimo comun divisore di tutte le dimensioni contenute in un edificio, [...] ²¹.

²¹ WITOLD KULA, *Le misure e gli uomini dall'antichità ad oggi*, Laterza, Roma 1987, pp. 93 e 94.

Non ci è nemmeno dato sapere quale poteva essere la quota, la misura di questo modulo. Anche in questo caso però ci viene in aiuto ancora Witold Kula che scrive:

Ma per conoscere le misure antiche non possiamo considerare come unica fonte le sole misure conservate in originale fino ai nostri tempi. In certi casi possono essere considerati tali quasi tutti gli oggetti creati dalla cultura materiale. Le stesse dimensioni degli oggetti conservati possono dirci molto sulle comuni misure popolari, evidentemente presupponendo (ed è una supposizione che possiamo azzardarci a fare) che il popolo e i suoi artigiani nei loro calcoli mentali evitassero di far ricorso alle frazioni. In tal senso possiamo considerare «fonti» della metrologia storica gli antichi edifici, l'ampiezza dei tessuti, le dimensioni dei mattoni e così via. Se le tre dimensioni del mattone risultano fra loro commensurabili, così che la larghezza e la lunghezza costituiscono multipli semplici e interi dell'altezza, e se poi si scopre che la larghezza del tessuto è essa stessa un multiplo delle dimensioni del mattone allora possiamo essere sicuri che non si tratta di un caso, ma di uno standard di misura realmente funzionante in una determinata società popolare²².

Si può anche tentare calcolare il valore di questo modulo: la lunghezza totale AC della chiesa è di 46,62 metri, i moduli sono 56, quindi un modulo corrisponde a 83,25 centimetri. La misura che più si avvicina a questa quota è quella del "piede" in uso a Bergamo tra Trecento e Quattrocento, che corrisponde a 43,7767 centimetri; sei piedi formano un "cavezzo". Due piedi, che corrispondono ad un terzo di "cavezzo", misurano 87,5534 centimetri, la differenza rispetto al nostro modulo è di pochi centimetri. Le informazioni sulle antiche misure bergamasche sono state tratte dalla pubblicazione di Luciana Frangioni, *Milano e le sue misure – Appunti di metrologia lombarda fra Tre e Quattrocento*²³: "Bergamo / cavezzo = 6 piedi – m. 2,626603 [...] / piede = 12 onces – m. 0,437767".

Sono le misure che troviamo ancora oggi in Città Alta, sulla parete del protiro settentrionale di Santa Maria Maggiore che si affaccia su Piazza del Duomo, dove sono fissate delle verghe di ferro. Quelle visibili oggi prendono spunto dagli studi fatti dall'ingegnere Luigi Angelini nel 1954 e sono state collocate una dozzina di anni dopo, a metà anni '60. Sono la copia esatte delle antiche dimensioni. Troviamo il "braccio di fabbrica, tre braccia di fabbrica, il pettine dei tessitori, la parete dei tessitori, il cavezzo e il mezzo cavezzo".

²² *Ivi*, pp. 105 e 106.

²³ LUCIANA FRANGIONI, *Milano e le sue misure – Appunti di metrologia lombarda fra Tre e Quattrocento*, Edizioni Scientifiche Italiane, Napoli 1992. p.85.

Le proporzioni della facciata della chiesa di S. Agostino

Dopo aver ragionato sulla pianta di Sant Agostino, passiamo alla facciata²⁴. La costruzione della facciata si divide in tre periodi (Fig. 8):

- la base, dal 1290 al 1347/50.
- una parte centrale che comprende il rosone, con il periodo che si colloca tra il 1347/50 e il 1443
- la parte superiore, comprese le due finestre, che va dal 1443 agli anni '70 del 1400.

Avendo immaginato il volume della chiesa come fosse la costruzione di uno strumento a corde, ora completiamolo con la sua "tavola armonica", cioè il fronte della chiesa su cui trova posto il rosone centrale e le due finestre. È indispensabile tenere sotto mano lo schema della scala pitagorica, perché è con le sue frazioni che verranno fatti i calcoli proporzionali:

DO=1, RE=8/9, MI=64/81, FA=3/4, SOL=2/3, LA=16/27, SI=128/243, DO=1/2

Altro dato fondamentale è che le quote ed il disegno della facciata sono ricavate direttamente dal rilievo *Fronte principale e fronte posteriore del frontone – C.03*, quindi con il massimo di precisione possibile. Nella figura 9 è riportato lo schema della facciata.

Dal disegno si deduce con chiarezza che il fronte è costituito dal rettangolo ABCD, a cui è sovrapposto il triangolo D_1FC_1 . Il triangolo D_1FC_1 è identico al triangolo A_1OB_1 , costruito con il vertice sull'arco sopra il portone.

Le diagonali AC e BD attraversano le finestre nei punti L_1 ed L_2 , posti in alto sulle finestre, esattamente al centro dove troviamo i due fregi a forma di quadrifoglio.

La misura di partenza è la base AB, in effetti la prima quota calcolata dai vecchi mastri carpentieri: è di 19,02 metri, ricavandola direttamente dai disegni. Dai disegni si ricavano anche le quote dei muri laterali, che sono rispettivamente: BC = 16,8 metri, AD = 16,78 metri. A queste due misure ci si può arrivare in via teorica partendo dalla base e salendo di un tono pitagorico, cioè moltiplicando AB per 8/9. Questo è il calcolo teorico: $19,02 \times 8/9 = 16,9$ metri. Abbiamo un errore di soli 10 centimetri circa su quasi 17 metri. L'analisi stratigrafica racconta che i muri laterali sono stati fatti in più riprese, iniziando con le prime pietre nel periodo che va dal 1290 al 1347/50, per finire nell'arco di tempo che va dal 1443 agli anni '70 del 1400.

Dai disegni si ricava che il culmine EF della facciata misura 22,39 metri. Questa quota si può ottenere teoricamente scendendo di una quarta pitagorica, cioè 3/4, dalle misure dei muri laterali AD oppure BC. Questo è il calcolo teorico:

²⁴ Di fondamentale aiuto sono le schede del restauro effettuato dallo "Studio di Architettura BSeA", che si possono trovare in rete. In particolare: "Bergamo – Restauro della ex chiesa di sant Agostino: restauro della facciata e manutenzione della copertura – analisi stratigrafica. 2010 – 2011", dove abbiamo il disegno tecnico con l'interpretazione del rilievo stratigrafico.

partendo da AD risulta $16,78: \frac{3}{4} = 22,37$ metri

partendo da BC risulta $16,8: \frac{3}{4} = 22,4$ metri

Ci troviamo davanti ad un errore decisamente minimo, pochissimi centimetri: i muri laterali ed il culmine sono stati completati nello stesso periodo, che va dal 1443 agli anni '70 del 1400, così dice la scheda sulla analisi stratigrafica. Teoricamente la quota EF si può ottenere partendo sempre dalla base AB e scendendo direttamente di una terza minore pitagorica, cioè $27/32$. Il calcolo teorico dà il seguente risultato AB: $27/32 = 22,54$ metri. In questo caso lo scostamento è di 15 centimetri; con ogni probabilità EF è stata calcolata prendendo come riferimento proprio i muri laterali AD e BC, da qui l'errore estremamente ridotto.

Entrambe le finestre hanno un fregio a forma di quadrifoglio, in alto al centro, nei punti L_1 ed L_2 . Da questi due punti faccio scendere le perpendicolari alla base AB, intersecandola in I ed H. Le misure dedotte dai disegni dei segmenti AH e BI, sono rispettivamente: AH = 15,03 metri, BI = 15,09 metri. Questi medesimi punti si possono trovare in via teorica partendo dalla base AB e salendo di una terza pitagorica:

la misura teorica di AH è $19,02 \times 64/81 = 15,03$ metri. L'errore è zero.

la misura teorica di BI è $19,02 \times 64/81 = 15,09$ metri. L'errore è sei centimetri su 15 metri.

Quindi i nostri muratori del 1400 possono aver fatto il tutto senza bisogno di carta e penna, ma semplicemente corda e filo a piombo: prima hanno calcolato sulla base AB i punti I ed H, ed in questo sono stati molto precisi tanto che l'errore è zero. Poi dai punti I ed H hanno alzato le due verticali con il filo a piombo fino ad incrociare le diagonali del rettangolo ABCD che delinea la facciata, facilmente ottenibili con due corde tese, trovando i punti L_1 ed L_2 . Questi due incroci sono diventati i centri dei rosoni delle due finestre dove posizionare il fregio a quadrifoglio.

Si può fare anche una verifica seguendo questo procedimento: i triangoli ABC e AHL sono simili, per cui risulta che HL_1 è un tono sopra AH, così come BC è un tono sopra AB. Le misure reali IL_1 e HL_2 e sono: $IL_1 = 13,31$ metri e $HL_2 = 13,26$ metri.

Le rispettive misure trovate in via teorica, salendo di un tono da BI ed AH sono:

$$IL_1 = BI \times 8/9 = 15,09 \times 8/9 = 13,41 \text{ m.}$$

$$HL_2 = AH \times 8/9 = 15,03 \times 8/9 = 13,36 \text{ m.}$$

Lo scostamento è di circa dieci centimetri; in effetti, evitando questi calcoli, i costruttori potevano essere più precisi utilizzando unicamente filo a piombo e corde.

L'altezza EF ricavata dai disegni misura 22,39 metri ed è quattro volte l'altezza dell'arco EO la cui misura dedotta dai disegni è di 5,66 metri, con

un errore valutabile sui 25 centimetri su più di 22 metri. Se si ragiona tenendo il monocordo sottocchio, passare da EO a EF significa moltiplicare per 4, cioè scendere di due ottave. Anche in questo caso si possono fare delle verifiche incrociate. EO, essendo un quarto di EF, risulta anche essere esattamente un terzo dei muri laterali: un terzo di AD corrisponde a 5,59 metri, mentre un terzo di BC è 5,6 metri. Siamo di fronte a discrepanze di pochi centimetri.

Il centro del rosone G misura dalla base 12,05 metri. Si ottiene con questo percorso: dalla base AB si sale di una ottava e si trova AE, la metà della base. Poi si scende di una terza pitagorica. Il calcolo teorico fornisce questo risultato: $19,02 \times 1/2 = 9,51$ metri. Quindi i costruttori sono stati molto precisi, la differenza tra calcolo teorico e misura reale è di un centimetro su 12 metri. La via diretta è quella di partire sempre da AB e salire di una sesta minore pitagorica, cioè $81/128$. Il risultato non cambia.

L'ultima tappa di questo percorso è probabilmente la più suggestiva, la più intrigante. Dalla scheda *Bergamo – Restauro della ex chiesa di Sant Agostino: restauro della facciata e manutenzione della copertura – analisi stratigrafica. 2010 – 2011*, dello “Studio di Architettura BSeA”, si vede chiaramente che il culmine del tetto e la fronte della statua di S. Agostino che si trova nella nicchia in alto sulla facciata della chiesa, sono posti alla stessa altezza, coincidono perfettamente (Fig. 10). Il punto in cui coincidono è stato chiamato S. Del perché di questa perfetta sovrapposizione non ci è dato sapere; potrebbe essere una semplice casualità, una libertà dei costruttori. La distanza ES, cioè l'altezza del culmine del tetto nonché fronte della statua di S. Agostino, rispetto alla base della chiesa, è di 17,69 metri. La posizione della statua messa in relazione con il culmine del tetto può essere un fatto del tutto casuale; però la misura ES di 17,69 metri è in relazione di perfetta proporzionalità con il punto più alto della facciata. Partendo dalla altezza EF di 22,39 metri e salendo di una terza pitagorica, si ottiene questa misura teorica: $22,39 \times 64/81 = 17,69$ metri. La coincidenza è totale, l'errore è zero. Quindi la “fronte di S. Agostino”, nonché il culmine del tetto, sono in perfetta proporzionalità con lo slancio massimo della facciata della chiesa.

Conclusione: la “musica” di S. Agostino

Fin qui si è più volte rimarcato e sottolineato i termini errore zero e terza pitagorica. Ebbene è su questi due parametri che si reggono le considerazioni finali.

Prima considerazione; i calcoli ci dicono che le diverse quote della facciata sono legate tra loro da frazioni, da proporzioni con un errore molto vicino allo zero se non addirittura zero. Quando questo si verifica con continuità sulla quasi totalità delle dimensioni, è perché le quote, con ogni probabilità, sono state volutamente pensate così: ogni misura è diretta conseguenza di un'altra dimensione. Non può esserci altra spiegazione.

Seconda considerazione; compaiono frazioni di uso quotidiano, come $1/2$ e $3/4$, accanto ad altre decisamente più ostiche, quale $8/9$ e $64/81$. Proprio questa frazione di $64/81$, incontrata più volte, non è proprio tra le più comunemente usate; è difficile incontrare una persona che divida una dozzina di uova, una torta, un pezzo di stoffa, un asse di legno, un orto in “sessantaquattro/ottantunesimi”. Che si sappia, l’unico riferimento è quello musicale, relativamente all’intervallo tra tonica e terza nella scala pitagorica: la terza pitagorica.

Quindi, in conclusione, ci troviamo dinnanzi ad un dato di fatto: chi ha pensato S. Agostino innanzitutto ha messo in relazione le diverse quote una con l’altra, e poi ha usato proporzioni strane, inconsuete, che compaiono solo nel mondo della teoria musicale. Cioè chi ha progettato S. Agostino lo ha fatto seguendo scrupolosamente le proporzioni di una scala musicale, e precisamente la scala pitagorica.

A questo punto possiamo riunire tutte le relazioni tra le diverse quote fin qui descritte nei capitoli precedenti, in un’unica tabella. La dimensione di partenza è la base AB, il primo lavoro affrontato dal capomastro e dai suoi muratori. Partendo da AB arrivo a questo percorso: da AB salgo di un tono ($8/9$) e arrivo a BC. Sempre da AB salgo di una terza ($64/81$) e arrivo a AH. Da AH salgo sempre di un tono e trovo HL_2 . Da BC scendo di una quarta ($3/4$) ed arrivo ad EF, oppure scendo di una terza minore ($27/32$) da AB ed ottengo lo stesso risultato.

La quota maggiore è EF, l’altezza della facciata. Arbitrariamente si può far corrispondere alla nota più grave. Di conseguenza, se si trasformano le altre quote nei relativi intervalli musicali della scala pitagorica, si arriva a questo: $EF = 1$, $AB = 27/32$, $BC = 3/4$, $AH = 2/3$, $HL_2 = 16/27$, $AE = 27/64$, a cui occorre aggiungere l’arco sopra il portone che è $1/4$ di EF.

Un ultimo passaggio, praticamente un automatismo: è quello che lega le frazioni alle note musicali. Volendo rimanere sui tasti bianchi del pianoforte, quanto descritto appena qui sopra corrisponde a queste note musicali:

RE FA SOL LA SI FA RE

Nella figura 11 troviamo questo percorso riportato sulla facciata di S. Agostino: a sinistra con le quote proporzionali, a destra direttamente trasformato in note musicali.

Prima si è semplificato dicendo di immaginare le note sopra i tasti bianchi del pianoforte. In realtà non è così. Il pianoforte è accordato secondo il moderno sistema temperato equabile, mentre la scala pitagorica ha gli intervalli suddivisi con proporzioni diverse. Adottando l’unità di misura introdotta dal fisico Alexander Ellis nel 1875 che suddivide la scala temperata in dodici semitoni equidistanti, di 100 cent per ogni semitono, queste qui sotto sono le note reali:

RE (0 c.) - FA (294 c.) - SOL (498 c.) - LA (702 c.) - SI (906 c.) - poi FA^2 e RE^3

Il percorso che lega tutte queste note si può intraprendere partendo da qualsiasi misura, saltando da una all'altra e utilizzando sempre gli intervalli pitagorici. Di fatto si può salire o scendere spostandosi a piacere, rimanendo comunque sempre all'interno della scala; praticamente la scala pitagorica è un "regolo" che accomuna tutte le quote.

Si è escluso da questo percorso due altri itinerari: quello che dalla metà base AE (il FA) scende di una terza per arrivare al centro del rosone G, cioè al Reb, e quello che dal culmine della facciata F (il RE) sale di una terza per arrivare a S, che mi corrisponde alla fronte della statua di S. Agostino, nonché il culmine del tetto, che tradotto in nota musicale è un FA#. Non sono stati messi in relazione con le note della facciata perché entrambi sono due vicoli ciechi, non si concatenano con le altre quote.

Cosa voglia significare tutto questo in termini musicali è sconosciuto, non rientra nelle competenze e finalità di questo studio. Occorre ricordare però quanto scrive Giulio Cattin, in *La monodia nel Medioevo*²⁵, dove fa risalire ad un periodo antecedente al gregoriano l'uso di scale pentatoniche più arcaiche, tipo RE-FA-SOL-LA-DO, che si basa sui tre gradi congiunti FA-SOL-LA.

Come ultima analisi si può inserire quanto si conosce circa il patrimonio orale del canto popolare orobico: tra le nenie più diffuse troviamo "*Din don delelòn*", ricordata in più versioni. Qui di seguito viene riportata quella proveniente dal repertorio di Teresa Bonzi di Dossena, nata nel 1912 (Fig. 12)²⁶

*"Din don delelòn l'è mort ol frà de Šogn
co la bòca èrta piena dé maschèrpa
coi orege tise piéne de fùrmighe
coi òi serà pié de raspà (anche: pié de pa' gratà)
La galina bianca la pórtà l'acqua santa
la galina nigra la pórtà la candila
ól gal pelùs el porta la crus"*

(Din don delelòn è morto il frate di Zogno / con la bocca aperta piena di ricotta / con le orecchie gonfie piene di formiche / con gli occhi chiusi pieni di "*raspà*")²⁷

La gallina bianca porta l'acqua santa / la gallina nera porta la candela / il gallo peloso porta la croce)

Si tratta di una delle melodie più diffuse, sia in provincia di Bergamo che in tutta l'Italia settentrionale. Altre versioni bergamasche le troviamo nelle ricerche di Marino Anesa e Mario Rondi: "*Marìa Santa Ciara*", informa-

²⁵ GIULIO CATTIN, *La monodia nel Medioevo*, E.D.T. Edizioni di Torino 1979, pp. 102 – 104.

²⁶ VALTER BIELLA - FRANCESCO ZANI, *Piamontesi mandim a casa – Il canto tradizionale a Dossena*, I quaderni della Meridiana, Bergamo 1995, p. 12.

²⁷ Il *raspà* è quello che rimane in ammollo sul fondo del paiolo della polenta e che viene raspato per essere dato alle galline. Al posto di *raspà* si cantava anche *pa' gratà*, cioè *pane grattugiato*.

trice Luigia Rebussi, registrata a Busa il 12/6/1979, poi “*Din dòn bililòn*”, registrata a Tagliuno il 18/3/1979, “*Din dòn dililòn*”, informatrice Maria Imberti, registrata a Clusone il 5/10/1978, e “*Tin tòn beledòn*”, informatrice Paola Imberti, registrata a Casnigo il 29/5/1978²⁸. Ulteriori lezioni le possiamo trovare in *Bergamo e il suo territorio*. Abbiamo la conta “*Trènta quaranta*”, informatrice Lucia Pievani di anni 63 e Pietro Boni di anni 59, registrata a Rosciate il 17/3/1974, e infine “*Din dòn béledòn*”, informatrice Lucia Pievani, sempre Rosciate 17/3/1974²⁹. Tutte le versioni adottano il medesimo schema musicale e gli studi di etnomusicologia sono concordi nel ritenere che il repertorio delle ninna-nanne, delle filastrocche e delle nenie in genere, appartiene alle forme musicali più arcaiche, antecedenti al nostro sistema tonale. Ebbene, la melodia appena riportata qui sopra rientra perfettamente nelle “note della chiesa di S. Agostino”.

Bibliografia

- VALTER BIELLA - FRANCESCO ZANI, *Piamontesi mandim a casa – Il canto tradizionale a Dossena*, Meridiana, Bergamo 1995.
- ADRIANO CAFFARO (a cura di), *Teofilo Monaco. Le varie arti. De diversis artibus. Manuale di tecnica artistica medievale*, Palladio Editrice, Salerno 2000.
- LE CERF GEORGES - LABANDE EDMOND RENÉ, *Le traités d’Henri – Arnaut de Zwolle et de divers anonymes (ms. b. n. latin 7295)*, Éditions Auguste Picard, 82, rue Bonaparte, Paris 1932.
- GIULIO CATTIN, *La monodia nel Medioevo*, E.D.T. Edizioni di Torino 1979.
- GIOVANNI COMOTTI, *La musica nella cultura greca e romana*, E.D.T. Edizioni di Torino 1979.
- GIUSEPPE CONTI, *Matematica musica e architettura*, “Matematica e Architettura – Metodi analitici, metodi geometrici e rappresentazione in Architettura”, atti del convegno, Alinea Editrice, Firenze 2001.
- Dizionario Enciclopedico di Architettura e Urbanistica*, diretto da PAOLO PORTOGHESI, Istituto Editoriale Romano, Roma 1969.
- KITTY FERGUSON, *La musica di Pitagora – la nascita del pensiero scientifico*, Longanesi, Milano 2008.
- LUCIANA FRANGIONI, *Milano e le sue misure – Appunti di metrologia lombarda fra Tre e Quattrocento*, Edizioni Scientifiche Italiane, Napoli 1992.
- SILVESTRO GANASSI, *Letzione seconda pur della prattica di sonare il violone d’arco da tasti, composta per Silvestro Ganassi dal Fontego*. Venezia 1543.

²⁸ MARINO ANESA - MARIO RONDI, *Filastrocche popolari bergamsche*, Quaderni dell’Archivio della cultura di base, Sistema Bibliotecario Urbano di Bergamo, Bergamo 1983, pp. 87 - 89.

²⁹ ROBERTO LEYDI (a cura di), *Bergamo e il suo territorio*, Silvana Editoriale d’Arte, Milano 1977, pp. 275 - 280.

GIANMARIO PETRÒ, *Le cappelle gentilizie della chiesa di S. Agostino – Fase di realizzazione e contesto sociale*, in JUANITA SCHIAVINI TREZZI, (a cura di), *Il convento di S. Agostino – Storia e significati di un monumento*, Università degli studi di Bergamo – Centro Studi sul territorio “Lelio Pagani”, University Press, Sestante Edizioni, Bergamo 2007.

BARTOLOMÈ RAMOS DE PAREJA, *Musica Practica*, Bologna 1482.

PIETRO RIGHINI, *Lessico di acustica e tecnica musicale*, Edizioni G. Zanibon, Padova 1980.

ANGELO RUSCONI, *Guido d'Arezzo – Le opere – Micrologus, Regulae rhythmica, Prologus in Antiphonarium, Epistola ad Michaellem, Epistola ad archiepiscopum Mediolanensem*, Edizioni Del Galluzzo, Firenze 2005.

DANIELE SALVATORE, *L'arte opportuna al sonar di flauto – Opera Intitulata Fontegara*, Gruppo Editoriale Eridania, Savignano sul Rubicone (FC) 2003.

MARIUS SCHNEIDER, *Pietre che cantano*, SE srl, Milano 2005, prima edizione Archè 1976. Titolo originale *Singende Steine*.

LAURA SERRA PERANI, *Gli strumenti del gabinetto di fisica del Liceo classico Paolo Sarpi di Bergamo*, Associazione ex alunni del Liceo classico Paolo Sarpi Bergamo, Bergamo 2009.

CHRISTIAN SÖHNE GERHARD, *On the geometry of the lute*, “Journal of the Lute Society of America”, volume XIII, anno 1980.

WITOLD KULA, *Le misure e gli uomini dall'antichità ad oggi*, Laterza, Roma 1987.

GIOSEFFO ZARLINO, *Istituzioni Harmoniche*, Venezia 1558.

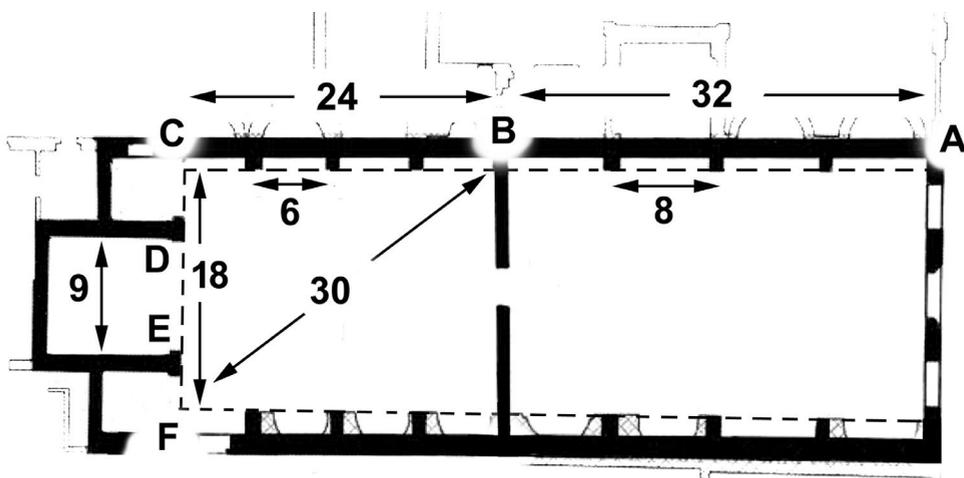


Fig. 7. Schema della costruzione della pianta di S. Agostino, secondo il metodo dei “moduli”.

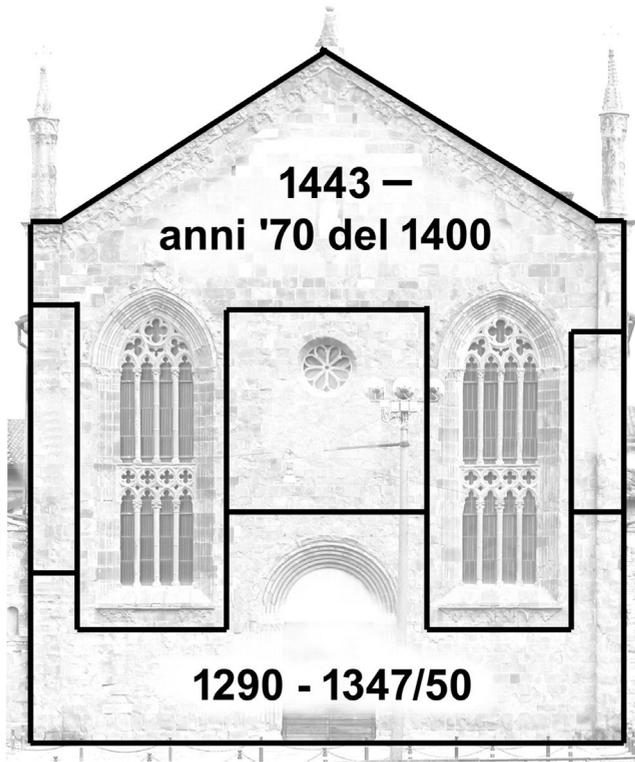


Fig. 8. Periodi in cui è stata costruita la facciata della chiesa.

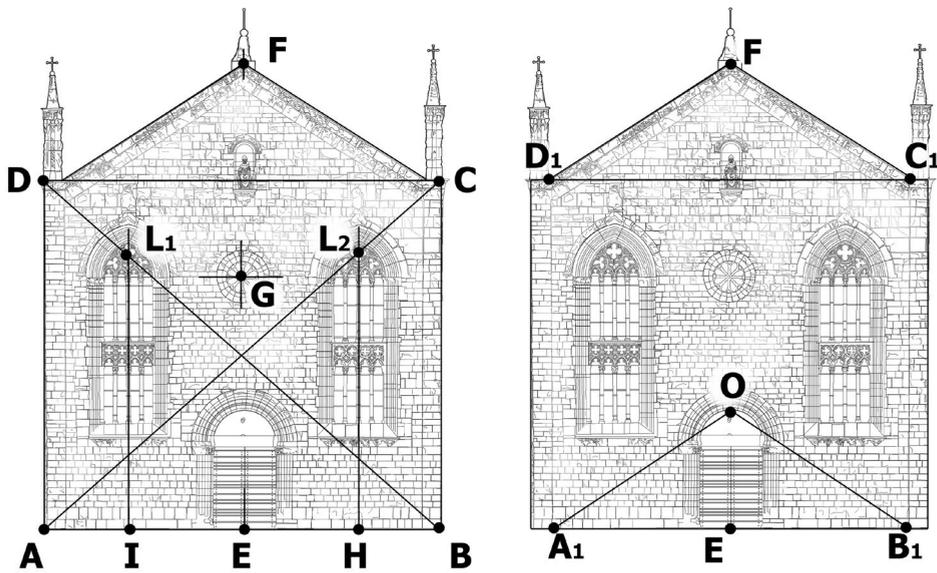


Fig. 9. Schema della facciata della chiesa.

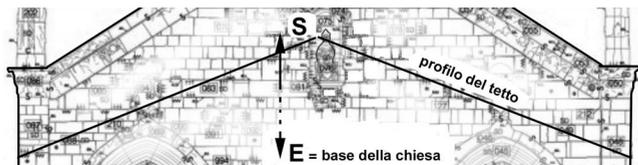


Fig. 10. Particolare della statua e del profilo del tetto.

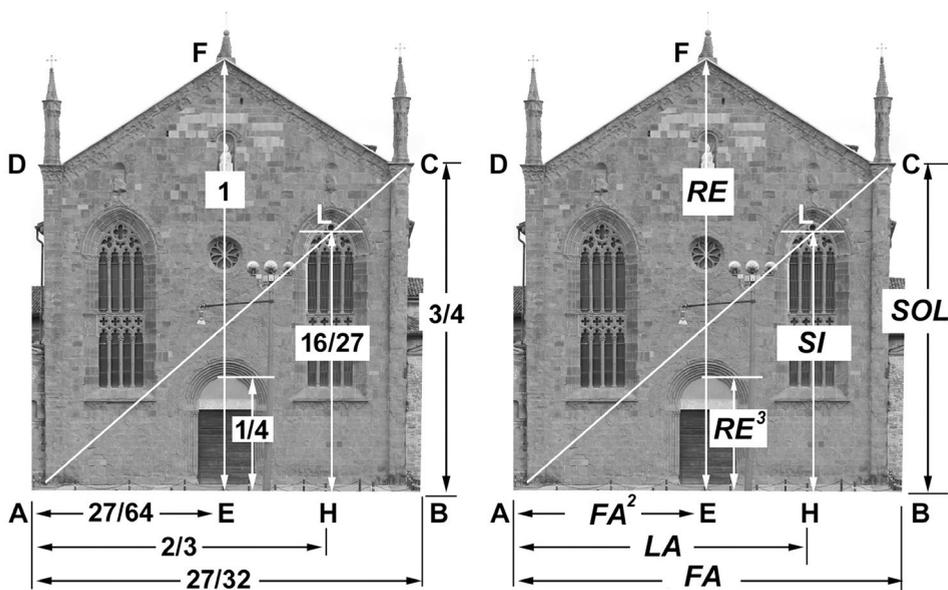


Fig. 11. "La musica di S. Agostino".

Dossena:
Teresa Bonzi, nata nel 1912
"Din don delelòn"

Din don de-le - lon l'è mort ol frà de Sógn co-la bo-ca èr - ta pie-na de mas - cher-pa

coi o-re-gie ti - se pié-né dé fūr - mi-ghe coi oi se - rà pié dé pà gra - tà ol gal pi-

-lús al pór - ta la crus

Fig. 12. Filastrocca "Din don delelòn".

